Nova vakumska rješenja kvadratne metrički-afine gravitacije

Vedad Pašić

Univerzitet u Tuzli
Bosna i Hercegovina

2. decembar/prosinac 2010.

Sveučilište "Josip Juraj Strossmayer"
Osijek, Hrvatska

Struktura predavanja

Struktura predavanja

- Matematički model

Struktura predavanja

- Matematički model
- pp-talasi sa torzijom

Struktura predavanja

- Matematički model
- pp-talasi sa torzijom
- Nova vakumska rješenja za kvadratnu metrički–afinu gravitaciju

Struktura predavanja

- Matematički model
- pp-talasi sa torzijom
- Nova vakumska rješenja za kvadratnu metrički–afinu gravitaciju
- Interpretacija rješenja

Struktura predavanja

- Matematički model
- pp-talasi sa torzijom
- Nova vakumska rješenja za kvadratnu metrički–afinu gravitaciju
- Interpretacija rješenja
- Trenutni i budući rad

Metrički–afina gravitacija

Metrički–afina gravitacija

Prostorvrijeme smatramo konektovanom realnom 4–mnogostukošću M opremljenu sa Lorentzianskom metrikom g i afinom konekcijom Γ, tj.

Metrički–afina gravitacija

Prostorvrijeme smatramo konektovanom realnom 4–mnogostukošću M opremljenu sa Lorentzianskom metrikom g i afinom konekcijom Γ, tj.

$$\nabla_\mu u^\lambda = \partial_\mu u^\lambda + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} u^\nu .$$

Metrički–afina gravitacija

Prostorvrijeme smatramo konektovanom realnom 4–mnogostukošću M opremljenu sa Lorentzianskom metrikom g i afinom konekcijom Γ, tj.

$$\nabla_\mu u^\lambda = \partial_\mu u^\lambda + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} u^\nu .$$

Nezavisna linearna konekcija Γ razlikuje u startu MAG od GR - g i Γ se posmatraju kao dvije potpuno nezavisne veličine.

Metrički–afina gravitacija

Prostorvrijeme smatramo konektovanom realnom 4–mnogostukošću M opremljenu sa Lorentzianskom metrikom g i afinom konekcijom Γ, tj.

$$\nabla_\mu u^\lambda = \partial_\mu u^\lambda + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} u^\nu .$$

Nezavisna linearna konekcija Γ razlikuje u startu MAG od GR - g i Γ se posmatraju kao dvije potpuno nezavisne veličine.

10 nezavisnih komponenti metrike $g_{\mu\nu}$ i 64 koeficijenta konekcije $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ naše su nepoznate u MAG.

Kvadratna metrički–afina gravitacija

Kvadratna metrički–afina gravitacija

Akciju definišemo kao

$$S := \int q(R),$$

gdje je $q(R)$ Lorentz invarijantna čisto kvadratna forma na krivini R.

Kvadratna metrički–afina gravitacija

Akciju definišemo kao

$$S := \int q(R),$$

gdje je $q(R)$ Lorentz invarijantna čisto kvadratna forma na krivini R.

Kvadratna forma $q(R)$ ima 16 R^2 članova sa 16 realnih vezujućih konstanti.

Kvadratna metrički–afina gravitacija

Akciju definišemo kao

$$S := \int q(R),$$

gdje je $q(R)$ Lorentz invarijantna čisto kvadratna forma na krivini R.

Kvadratna forma $q(R)$ ima 16 R^2 članova sa 16 realnih vezujućih konstanti.

Akcija je konformalno invarijantna, za razliku od Einstein–Hilbertove.

Jednačine polja

Jednačine polja

Nezavisne varijacije po g i Γ nam daju Euler–Lagrangeov sistem jednačina

$$\partial S/\partial g = 0, \tag{1}$$
$$\partial S/\partial \Gamma = 0. \tag{2}$$

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

- Einsteinovi prostori (Yang, Mielke);

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

- Einsteinovi prostori (Yang, Mielke);
- pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom (Vassiliev);

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

- Einsteinovi prostori (Yang, Mielke);
- pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom (Vassiliev);
- Određeni eksplicitno dati talasi torzije (Singh and Griffiths);

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

- Einsteinovi prostori (Yang, Mielke);
- pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom (Vassiliev);
- Određeni eksplicitno dati talasi torzije (Singh and Griffiths);
- *Triplet ansatz* (Hehl, Macías, Obukhov, Esser, ...);

Znana rješenja KMAG

Definicija

Prostorvrijeme $\{M, g, \Gamma\}$ nazivamo *Riemannovim* ako je konekcija Levi–Civita (tj. $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \left\{ {\lambda \atop \mu\nu} \right\}$).

- Einsteinovi prostori (Yang, Mielke);
- pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom (Vassiliev);
- Određeni eksplicitno dati talasi torzije (Singh and Griffiths);
- *Triplet ansatz* (Hehl, Macías, Obukhov, Esser, ...);
- Minimalna generalizacija pseudoinstantona (Obukhov).

Klasični pp-talasi

Klasični pp-talasi

Definicija

pp-talas je Riemannovo prostorvrijeme koje prima nenestajuće *paralelno* spinorsko polje ($\nabla\chi = 0$).

Klasični pp-talasi

Definicija

pp-talas je Riemannovo prostorvrijeme koje prima nenestajuće *paralelno* spinorsko polje ($\nabla\chi = 0$).

Definicija

pp-talas je Riemannovo prostorvrijeme čija se metrika može lokalno napisati u formi

$$\mathrm{d}s^2 = 2\,\mathrm{d}x^0\,\mathrm{d}x^3 - (\mathrm{d}x^1)^2 - (\mathrm{d}x^2)^2 + f(x^1,x^2,x^3)\,(\mathrm{d}x^3)^2$$

u nekim lokalnim koordinatama.

Klasični pp-talasi

Definicija

pp-talas je Riemannovo prostorvrijeme koje prima nenestajuće *paralelno* spinorsko polje ($\nabla\chi = 0$).

Definicija

pp-talas je Riemannovo prostorvrijeme čija se metrika može lokalno napisati u formi

$$\mathrm{d}s^2 = 2\,\mathrm{d}x^0\,\mathrm{d}x^3 - (\mathrm{d}x^1)^2 - (\mathrm{d}x^2)^2 + f(x^1, x^2, x^3)\,(\mathrm{d}x^3)^2$$

u nekim lokalnim koordinatama.

Dobro znana prostorvremena u GR, jednostavna formula za krivinu - samo Ricci bez traga i Weyl dijelovi krivine.

Generalizirani pp-talasi

Generalizirani pp-talasi

Pomatramo polarizovanu Maxwellovu jednačinu

$$*dA = \pm i dA.$$

Generalizirani pp-talasi

Pomatramo polarizovanu Maxwellovu jednačinu

$$*dA = \pm \mathrm{i} dA.$$

Rješenja ove jednačine u obliku ravnih talasa se mogu napisati

$$A = h(\varphi)\, m + k(\varphi)\, l\,,$$

Generalizirani pp-talasi

Pomatramo polarizovanu Maxwellovu jednačinu

$$*dA = \pm \mathrm{i} dA.$$

Rješenja ove jednačine u obliku ravnih talasa se mogu napisati

$$A = h(\varphi)\, m + k(\varphi)\, l\,,$$

$$\varphi : M \to \mathbb{R}, \qquad \varphi(x) := \int_M l \cdot dx\,.$$

Generalizirani pp-talasi

Pomatramo polarizovanu Maxwellovu jednačinu

$$*dA = \pm \mathrm{i} dA.$$

Rješenja ove jednačine u obliku ravnih talasa se mogu napisati

$$A = h(\varphi)\, m + k(\varphi)\, l\,,$$

$$\varphi : M \to \mathbb{R}, \qquad \varphi(x) := \int_M l \cdot dx\,.$$

Definicija

Generalizirani pp-talas je metrički kompatibilno prostorvrijeme sa pp-metrikom i *torzijom*

Generalizirani pp-talasi

Pomatramo polarizovanu Maxwellovu jednačinu

$$*dA = \pm \mathrm{i} dA.$$

Rješenja ove jednačine u obliku ravnih talasa se mogu napisati

$$A = h(\varphi)\, m + k(\varphi)\, l\,,$$

$$\varphi : M \to \mathbb{R}, \qquad \varphi(x) := \int_M l \cdot dx\,.$$

Definicija

Generalizirani pp-talas je metrički kompatibilno prostorvrijeme sa pp-metrikom i *torzijom*

$$T := \frac{1}{2}\mathrm{Re}(A \otimes dA).$$

Osobine generaliziranih pp-talasa

Osobine generaliziranih pp-talasa

- Krivina generaliziranih pp-talasa je

$$R = -\frac{1}{2}(l \wedge \{\nabla\}) \otimes (l \wedge \{\nabla\})f + \frac{1}{4}\mathrm{Re}\left((h^2)''\,(l \wedge m) \otimes (l \wedge m)\right).$$

Osobine generaliziranih pp-talasa

- Krivina generaliziranih pp-talasa je

$$R = -\frac{1}{2}(l \wedge \{\nabla\}) \otimes (l \wedge \{\nabla\}) f + \frac{1}{4}\mathrm{Re}\left((h^2)''\,(l \wedge m) \otimes (l \wedge m)\right).$$

- Torzija generaliziranih pp-talasa je

$$T = \mathrm{Re}\left((a\, l + b\, m) \otimes (l \wedge m)\right),$$

gdje

$$a := \frac{1}{2}h'(\varphi)\; k(\varphi), \quad b := \frac{1}{2}h'(\varphi)\; h(\varphi).$$

Glavni rezultat

Glavni rezultat

Teorem

Generalizirani pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom rješenja su jednačina polja (1) i (2).

Glavni rezultat

Teorem

Generalizirani pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom rješenja su jednačina polja (1) i (2).

U specijalnim lokalnim koordinatama, ‘paralelna Ricci krivina’ se zapisuje kao $f_{11} + f_{22} = \mathrm{const}$.

Glavni rezultat

Teorem

Generalizirani pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom rješenja su jednačina polja (1) i (2).

U specijalnim lokalnim koordinatama, ‘paralelna Ricci krivina’ se zapisuje kao $f_{11} + f_{22} = \mathrm{const}$.

Generalizirani pp-talasi sa paralelnom Ricci krivinom imaju jednostavan eksplicitan opis.

Skica dokaza

Skica dokaza

- Dokaz 'sirovom snagom'.

Skica dokaza

- Dokaz 'sirovom snagom'.
- Napišemo jednačine polja (1) i (2) za opća metrički kompatibilna prostorvremena i uvrstimo formule za torziju, Ricci i Weyl krivine.

Skica dokaza

- Dokaz ‘sirovom snagom’.
- Napišemo jednačine polja (1) i (2) za opća metrički kompatibilna prostorvremena i uvrstimo formule za torziju, Ricci i Weyl krivine.
- Skupa sa činjenicom da je $\nabla Ric = 0$, dobivamo traženi rezultat.

Skica dokaza

- Dokaz ‘sirovom snagom’.
- Napišemo jednačine polja (1) i (2) za opća metrički kompatibilna prostorvremena i uvrstimo formule za torziju, Ricci i Weyl krivine.
- Skupa sa činjenicom da je $\nabla Ric = 0$, dobivamo traženi rezultat.
- Ovaj rezultat je prvobitno predstavljen u :
  “PP-waves with torsion and metric affine gravity”, V. Pasic, D. Vassiliev, *Class. Quantum Grav. 22 3961-3975*.

Fizikalna interpretacija?

Fizikalna interpretacija?

- Krivina generaliziranog pp-talasa je podijeljena.

Fizikalna interpretacija?

- Krivina generaliziranog pp-talasa je podijeljena.
- Torzija i dio krivine koji torzija generiše su talasi koji putuju brzinom svjetla.

Fizikalna interpretacija?

- Krivina generaliziranog pp-talasa je podijeljena.
- Torzija i dio krivine koji torzija generiše su talasi koji putuju brzinom svjetla.
- Inherentni pp-prostor može se posmatrati kao ‘gravitacionalni otisak’ koji pravi talas nekog polja bez mase.

Fizikalna interpretacija?

- Krivina generaliziranog pp-talasa je podijeljena.
- Torzija i dio krivine koji torzija generiše su talasi koji putuju brzinom svjetla.
- Inherentni pp-prostor može se posmatrati kao 'gravitacionalni otisak' koji pravi talas nekog polja bez mase.
- Matematički model za neku bezmasnu elementarnu česticu?

MAG vs Einstein-Weyl

MAG vs Einstein-Weyl

Posmatramo Weylovu akciju

$$S_{\mathrm{neutrino}} := 2i \int \left(\xi^a \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, (\nabla_\mu \bar{\xi}^{\dot{b}}) \; - \; (\nabla_\mu \xi^a) \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, \bar{\xi}^{\dot{b}} \right),$$

MAG vs Einstein-Weyl

Posmatramo Weylovu akciju

$$S_{\text{neutrino}} := 2i \int \Big(\xi^a \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, (\nabla_\mu \bar{\xi}^{\dot{b}}) \; - \; (\nabla_\mu \xi^a) \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, \bar{\xi}^{\dot{b}} \Big),$$

U generaliziranom pp-prostoru, Weylova jednačina uzima formu

$$\sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \{\nabla\}_\mu \, \xi^a = 0.$$

MAG vs Einstein-Weyl

Posmatramo Weylovu akciju

$$S_{\text{neutrino}} := 2i \int \left(\xi^a \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, (\nabla_\mu \bar{\xi}^{\dot{b}}) \, - \, (\nabla_\mu \xi^a) \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, \bar{\xi}^{\dot{b}} \right),$$

U generaliziranom pp-prostoru, Weylova jednačina uzima formu

$$\sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \{\nabla\}_\mu \, \xi^a = 0.$$

Postoje pp-talasna rješenja Einstein-Weylovog modela

MAG vs Einstein-Weyl

Posmatramo Weylovu akciju

$$S_{\text{neutrino}} := 2i \int \Big(\xi^a \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, (\nabla_\mu \bar{\xi}^{\dot{b}}) \; - \; (\nabla_\mu \xi^a) \, \sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \, \bar{\xi}^{\dot{b}} \Big),$$

U generaliziranom pp-prostoru, Weylova jednačina uzima formu

$$\sigma^\mu{}_{a\dot{b}} \{\nabla\}_\mu \, \xi^a = 0.$$

Postoje pp-talasna rješenja Einstein-Weylovog modela

$$S_{\text{EW}} := k \int \mathcal{R} + S_{\text{neutrino}},$$

$$\partial S_{\text{EW}} / \partial g = 0,$$

$$\partial S_{\text{EW}} / \partial \xi = 0.$$

Trenutni i budući rad

Trenutni i budući rad

- Rad o fizikalnoj interpretaciji.

Trenutni i budući rad

- Rad o fizikalnoj interpretaciji.
- Ekstenzija rada Obukhova (*Phys. Rev. D* **73** 024025) o minimalnoj generalizaciji psudoinstantona?

Trenutni i budući rad

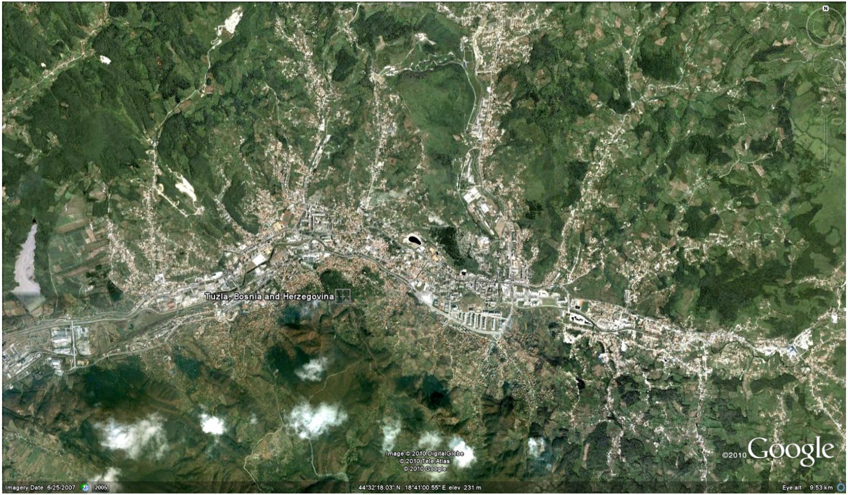
- Rad o fizikalnoj interpretaciji.
- Ekstenzija rada Obukhova (*Phys. Rev. D* **73** 024025) o minimalnoj generalizaciji psudoinstantona?
- Ekstenzija Singhovog rada (*Phys. Let. A* **145** 7, *Class. Quantum Grav.* **7** 2125) sa Yang–Millsovog slučaja na opći?

Trenutni i budući rad

- Rad o fizikalnoj interpretaciji.
- Ekstenzija rada Obukhova (*Phys. Rev. D* **73** 024025) o minimalnoj generalizaciji psudoinstantona?
- Ekstenzija Singhovog rada (*Phys. Let. A* **145** 7, *Class. Quantum Grav.* **7** 2125) sa Yang–Millsovog slučaja na opći?
- Dalja kolaboracija sa Vassilievom: teleparalelizam, Diracova jednačina bez mase i Cosserat elasticitet (alternativni model za elektron?), itd.

Trenutni i budući rad

- Rad o fizikalnoj interpretaciji.
- Ekstenzija rada Obukhova (*Phys. Rev. D* **73** 024025) o minimalnoj generalizaciji psudoinstantona?
- Ekstenzija Singhovog rada (*Phys. Let. A* **145** 7, *Class. Quantum Grav.* **7** 2125) sa Yang–Millsovog slučaja na opći?
- Dalja kolaboracija sa Vassilievom: teleparalelizam, Diracova jednačina bez mase i Cosserat elasticitet (alternativni model za elektron?), itd.
- Kolaboracija sa Hehlom: Poincaré gauge theory of gravity ... - ispitati proširene dekompozicije torzije i krivine u MAG?



Hvala i dobro došli u Tuzlu!