

| | |
|---|--|
| UNIVERZITET U TUZLI  | NAZIV FAKULTETA NA KOJEM SE DRŽI PREDMET PRIRODNO-MATEMATIČKI |
|---|--|

NASTAVNI PROGRAM PREDMETA/KURSA:

Diferencijalna geometrija

| | |
|---|---|
| FAKULTET | Prirodno-matematički |
| UŽA NAUČNA OBLAST | Geometrija |
| SMJER | Nastavni i Primijenjena matematika |
| ODSJEK | Matematika |
| ECTS | 6 |
| SEDMIČNI BROJ SATI U SEMESTRU | |
| Predavanja | 3 |
| Auditorne vježbe | 2 |
| Eksperimentalne vježbe | - |
| NASTAVNIK | Dr. Sc. Vedad Pašić, docent |
| ASISTENT | Mr. Sc. Elvis Baraković, viši asistent |
| INTERESNA GRUPA | Studenti III godine dodiplomskog studija matematike |
| KONSULTACIJE | Ponedjeljak 10-11 Četvrtak 11-12 |
| DODATNE INFORMACIJE U VEZI KURSA | |
| Adresa fakulteta | Univerzitetska 4, 75000 Tuzla |
| Telefon | 00387 35 320 860 |
| Fax | 00387 35 320 861 |

| | |
|----------------------------|---|
| Telefon (kancelarija) | 00387 35 320 897 |
| Web strana fakulteta | http://www.pmf.untz.ba/ |
| Web strana nastavnog kursa | http://www.vedad.com.ba/pmf/DifGeo |

PREPORUČENA LITERATURA

1. M. do Carmo: *Differential Geometry of Curves and Surfaces*; Prentice-Hall, Englewood Clis (1976)
2. M. Spivak: *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*; Publish or Perish, Berkeley (1979)
3. D. J. Struik: *Lectures on Classical Differential Geometry*, 2nd Ed; Dover, New York (1988)
4. B. Žarinac-Frančula: *Diferencijalna geometrija - Zbirka zadataka i repetitorij*; Školska knjiga, Zagreb 1990.
5. D. Mihajlović: *Elementi vektorske analize, diferencijalne geometrije i teorije polja*, Zavod za izdavanje udžbenika , Beograd 1968.
6. R. Stojanović: *Osnovi diferencijalne geometrije*, Beograd 1963.
7. G. Valiron: *The Classical Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Math Sci Press, Brookline 1950.
8. R. A. Sharipov: *Course of Differential Geometry*, Bakshir State University, 1996.

| | |
|------------|------------------------------|
| PREDUSLOVI | Položen predmet Geometrija I |
|------------|------------------------------|

SADRŽAJ KURSA

Uvod u diferencijalnu geometriju, teorema implicitnog preslikavanja. Krive: parametarska forma i implicitna forma; reparametrisacija krive; dužina luka. Parametrisacija duzinom luka; stripovi; normalno i tangentno vektorsko polje; principalno normalno polje; oskulatorna ravan. Torzija; ortonormalni referentni okvir; krivina i torzija u smislu proizvoljne parametrizacije. Frenetove formule; oskulatorna, normalna i rektifikujuća ravan; Fundamentalna teorema za prostorne krive. Opći heliksi; prilagodjeni okviri; generalne strukturne jednačine; paralelna normalna polja; paralelni okviri; strukturne jednačine za paralelne okvire. Površi. Parametarska forma i implicitna forma; regularnost; reparametrisacija površi; krive na površima; prva fundamentalna forma; matrična reprezentacija prve fundamentalne forme; izometrična parametrizacija; konformalna parametrizacija. Izometrija parametrizovanih površi; tangentna ravan; normalna linija i Gausovo preslikavanje; površi revolucije; linijske površi; razvojne površi. Normalna i geodezijska krivina krive na površi; druga fundamentalna forma; asimptotski pravski i asimptotske linije; Meusnierova teorema; operator oblika; srednja krivina, Gaussova krivina, principalne krivine i njihovi odnosi. $dN = -dx \cdot S$; Rodriguesova jednačina; umbilične i ravne tačke; eliptične, parabolične i hiperbolične tačke površi; Eulerov teorem; principalne krivine kao ekstremne vrijednosti normalnih krivina u tački; konformalnost Gaussovog preslikavanja; konformalna parametrizacija je minimalna akko je harmonična. Tenzorska notacija; kovarijantni izvod i Levi-Civita konekcija; Christoffelovi simboli; Koszulova formula; uslovi integrabilnosti; Codazzijeve jednačine; Gaussova Theorema egregium; Primjena Gauss-Codazzijevih jednačina; Fundamentalna teorema teorije površi. Geodezijska krivina krive ponovljena; kovarijantni izvod duž krive; geodezije; jednačine geodezija; postojanje geodezija; krive sa nestajućom geodezijskom krivinom; Clairautov teorem;

geodezijske polarne koordinate; geodezije kao najkraće krive.

CILJEVI KURSA

Osnovni cilj ovog modula je da studenti steknu osnove iz oblasti diferencijalne geometrije, tj. proučavati geometriju krivih i površi koristeći se metodama više matematike - naime diferencijacijom i integracijom (stoga "diferencijalna geometrija"). U izučavanju geometrije krivih i površi, mi smo samo zainteresovani za značajke koje su nezavisne od pozicije krivulje (ili površi) u prostoru, tj. za značajke koje su invarijantne pod pomjeranjima Euklidskog 3-prostora (translације и ротације).

OČEKIVANE RAZVIJENE SPOSOBNOSTI/KOMPETENCIJE STUDENATA

Na kraju semestra/kursa *uspješni studenti*, koji su tokom čitavog nastavnog perioda kontinuirano obavljali svoje obaveze, će biti osposobljeni za:

- Analizu geometrijskih oblika u prostoru pomoću najsavremenijih metoda diferencijalnog računa;
- Primjenu znanja iz ove oblasti u različitim primjenama, posebno u fizici;
- Studenti trebaju biti u stanju dokazati sve fundamentalne teoreme diferencijalne geometrije, te moći riješiti niz praktičnih problema iz ove oblasti.

| NASTAVNE METODE | Predavanja i vježbe |
|-------------------------------|--|
| | Predavanja i vježbe: Studenti imaju obavezu prisustovanja svim satima predavanja i vježbi. Uvjet za dobijanje potpisa je minimalno 70% prisustvo svim oblicima nastave. Studenti svojom aktivnošću u nastavi mogu stimulativno biti nagrađeni određenim brojem poena (max 5) |
| METODE PROVJERE ZNANJA | Pismene i usmene provjere znanja; zadaće |
| | Pismene provjere znanja: U obliku dva testa koja sadrže i teorijska pitanja i zadatke. Usmene provjere znanja: Eventualno na završnom ispit u kombinaciji s pismenom provjerom. Zadaće: Svake sedmice studenti rade zadaću koja omogućuje kontinuirano provjeravanje usvajanja znanja. |
| METODE OCJENJIVANJA STUDENATA | Testovi, završni ispit, zadaće |
| SISTEM BODOVANJA | |

| | |
|----------------------|----|
| Testovi: 2x (max 25) | 50 |
| Zadaće: 15x | 15 |
| Završni ispit: | 35 |

SISTEM OCJENJVANJA

| | |
|--------------|----------------------|
| 00-53 poena | ocjena 5 (F) |
| 54-63 poena | ocjena 6 (E) |
| 64-73 poena | ocjena 7 (D) |
| 74-83 poena | ocjena 8 (C) |
| 84-93 poena | ocjena 9 (B) |
| 94-100 poena | ocjena 10 (A) |
| 00-53 poena | ocjena 5 (F) |

PREPISIVANJE

Ukoliko se student bude nedolično ponašao (prepisivao, ometao druge u radu, ...) na bilo kojem vidu provjere znanja (testovi, završni ispit, ...) isti će se udaljiti sa navedene provjere znanja i njegov rad se u tome slučaju neće bodovati i biti će pokrenut disciplinski postupak protiv istog sa maksimalnim mogućim pravnim posljedicama. Nema tolerancije varanju bilo kakve vrste.

PREPURUČENA DODATNA LITERATURA

Euklid Aleksandrijski:
Elementi, Aleksandrija, 300. prije nove ere

ORGANIZACIJA IZVOĐENJA KURSA

PREDAVANJA (Napomena: u broj sati je uključen broj sati predavanja te samostalni rad)

| Sedmica | Dan | Datum | Naziv predavanja | Broj sati |
|---------|-----|-------|---|-----------|
| 1 | | | Uvod u diferencijalnu geometriju, teorema implicitnog preslikavanja | 3+4 |

| | | | | | |
|--|----|--|---|-----|--|
| | 2 | | Krive: parametarska forma i implicitna forma; reparametrizacija krive; duzina luka. | 3+4 | |
| | 3 | | Parametrizacija duzinom luka; stripovi; normalno i tangentno vektorsko polje; principalno normalno polje; oskulatorna ravan. | 3+4 | |
| | 4 | | Torzija; ortonormalni referentni okvir; krivina i torzija u smislu proizvoljne parametrizacije. | 3+4 | |
| | 5 | | Frenetove formule; oskulatorna, normalna i rektifirajuca ravan; Fundamentalna Teorema za prostorne krive | 3+4 | |
| | 6 | | Opći heliksi; prilagodjeni okviri; generalne strukturne jednačine; paralelna normalna polja; paralelni okviri; strukturne jednačine za paralelne okvire. | 3+4 | |
| | 7 | | Površi. Parametarska forma i implicitna forma; regularnost; reparametrizacija površi; krive na površima; | 3+4 | |
| | 8 | | Prva fundamentalna forma; matrična reprezentacija prve fundamentalne forme; izometrična parametrizacija; konformalna parametrizacija. | 3+4 | |
| | 9 | | Izometrija parametrizovanih površi; tangentna ravan; normalna linija i Gausovo preslikavanje; površi revolucije; linijske površi; razvojne površi. | 3+4 | |
| | 10 | | Normalna i geodezijska krivina krive na površi; druga fundamentalna forma; asimptitski pravski i asimptotske linije; Meusnierova teorema; operator oblika; srednja krivina, Gaussova krivina, principalne krivine i njihovi odnosi. | 3+4 | |
| | 11 | | $dN = -dx S$; Rodriguesova jednačina; umbilične i ravne tačke; eliptične, parabolične i hiperbolične tačke površi; Eulerov teorem. | 3+4 | |

| | | | | | | |
|----------------|----|--|--|---|-----|--------------|
| | 12 | | | Principalne krivine kao ekstremne vrijednosti normalnih krivina u tački; konformalnost Gaussovog preslikavanja; konformalna parametrizacija je minimalna akk je harmonična. | 3+4 | |
| | 13 | | | Tenzorska notacija; kovarijantni izvod i Levi-Civita konekcija; Christoffelovi simboli; Koszulova formula; uslovi integrabilnosti; | 3+4 | |
| | 14 | | | Codazzijeve jednačine; Gaussova Theorema egregium; Primjena Gauss-Codazzijevih jednačina; Fundamentalna teorema teorije površi. | 3+4 | |
| | 15 | | | Geodezijska krivina krive ponovljena; kovarijantni izvod duž krive; geodezije; jednačine geodezija; postojanje geodezija; krive sa nestajućom geodezijskom krivinom; Clairautov teorem; geodezijske polarne koordinate; geodezije kao najkraće krive. | 3+4 | |
| Ukupno: | | | | | | 45+60 |

AUDITORNE VJEŽBE

| Sedmica | Dan | Datum | Naziv teoretske vježbe | Broj sati |
|---------|-----|-------|--|-----------|
| 1 | | | Uvod u diferencijalnu geometriju, teorema implicitnog preslikavanja | 2 |
| 2 | | | Krive: parametarska forma i implicitna forma; reparametrizacija krive; duzina luka. | 2 |
| 3 | | | Parametrizacija duzinom luka; stripovi; normalno i tangentno vektorsko polje; principalno normalno polje; oskulatorna ravan. | 2 |
| 4 | | | Torzija; ortonormalni referentni okvir; krivina i torzija u smislu proizvoljne parametrizacije. | 2 |
| 5 | | | Frenetove formule; oskulatorna, normalna i rektifirajuca ravan; Fundamentalna Teorema za prostorne krive | 2 |

| | | | | | |
|--|----|--|---|---|--|
| | 6 | | Opći heliksi; prilagodjeni okviri; generalne strukturne jednačine; paralelna normalna polja; paralelni okviri; strukturne jednačine za paralelne okvire. | 2 | |
| | 7 | | Površi. Parametarska forma i implicitna forma; regularnost; reparametrizacija površi; krive na površima; | 2 | |
| | 8 | | Prva fundamentalna forma; matrična reprezentacija prve fundamentalne forme; izometrična parametrizacija; konformalna parametrizacija. | 2 | |
| | 9 | | Izometrija parametrizovanih površi; tangentna ravan; normalna linija i Gausovo preslikavanje; površi revolucije; linijske površi; razvojne površi. | 2 | |
| | 10 | | Normalna i geodezijska krivina krive na površi; druga fundamentalna forma; asimptitski pravski i asymptotske linije; Meusnierova teorema; operator oblika; srednja krivina, Gaussova krivina, principalne krivine i njihovi odnosi. | 2 | |
| | 11 | | $dN = -dx S$; Rodriguesova jednačina; umbilične i ravne tačke; eliptične, parabolične i hiperbolične tačke površi; Eulerov teorem. | 2 | |
| | 12 | | Principalne krivine kao ekstremne vrijednosti normalnih krivina u tački; konformalnost Gaussovog preslikavanja; konformalna parametrizacija je minimalna akko je harmonična. | 2 | |
| | 13 | | Tenzorska notacija; kovarijantni izvod i Levi-Civita konekcija; Christoffelovi simboli; Koszulova formula; uslovi integrabilnosti; | 2 | |
| | 14 | | Codazzijeve jednačine; Gaussova Theorema egregium; Primjena Gauss-Codazzijevih jednačina; Fundamentalna teorema teorije površi. | 2 | |

| | | | | | | |
|----------------|----|--|--|--|---|-----------|
| | 15 | | | Geodezijska krivina krive ponovljena; kovariantni izvod duž krive; geodezije; jednačine geodezija; postojanje geodezija; krive sa nestajućom geodezijskom krivinom; Clairautov teorem; geodezijske polarne koordinate; geodezije kao najkraće krive. | 2 | |
| Ukupno: | | | | | | 30 |

EKSPERIMENTALNE VJEŽBE

| Sedmica | Dan | Datum | Naziv eksperimentalne vježbe | Broj sati |
|----------------------------|-----|-------|------------------------------|-----------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| Ukupno: | | | | 15 |
| DODATNE INFORMACIJE | | | | |

**OBRAZAC ZA EVIDENCIJU REZULTATA PROVEDENIH AKTIVNOSTI
STUDENATA I FORMIRANJE KONAČNE OCJENE**

| Školska godina: | | Nastavni predmet/kurs: | | | | | | | | | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|----|----|--------------------|------|----------|----|------|-------|----|----|----------------|
| Rb | Prezime i ime studenta | Prisutnost | | | Aktivnost studenta | IL V | Projekat | | Kviz | Ispit | | UB | Konačna ocjena |
| | | P | AV | LV | | | A | IP | GP | K | PI | | |
| 1. | | | | | | | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | | | | | | | |
| 4. | | | | | | | | | | | | | |
| 5. | | | | | | | | | | | | | |
| 6. | | | | | | | | | | | | | |
| 7. | | | | | | | | | | | | | |
| 8. | | | | | | | | | | | | | |
| 9. | | | | | | | | | | | | | |
| 10. | | | | | | | | | | | | | |
| 11. | | | | | | | | | | | | | |
| 12. | | | | | | | | | | | | | |
| 13. | | | | | | | | | | | | | |
| 14. | | | | | | | | | | | | | |
| 15. | | | | | | | | | | | | | |
| 16. | | | | | | | | | | | | | |
| 17. | | | | | | | | | | | | | |
| 18. | | | | | | | | | | | | | |
| 19. | | | | | | | | | | | | | |
| 20. | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|--|---|--|
| P-Predavanja AV-Auditorne/računske vježbe LV-Laboratorijske vježbe A-aktivnost studenta | ILV-Izvještaji sa labor. vježbi IP-Individualni projekt GP-Grupni/timski projekt K-Kvizovi | PI-Pismeni ispit UI-Usmeni ispit UB-Ukupan broj bodova |
|--|---|--|